



# Didactique des mathématiques

*El mahdi LAMAIZI*

*ESEF - K*

*2025/2026*

# I. Rappel sur quelques notions didactiques

## Définition de la didactique des mathématiques (1/2)

- **Douady (1984) :**

Étude des processus de transition et d'acquisition des contenus mathématiques ;

→ décrit et explique les phénomènes liés à leur enseignement et apprentissage.

→ Elle ne se réduit pas à chercher *une bonne manière* d'enseigner une notion fixée.

- **Brousseau (1991) :**

Science qui étudie la production et la communication des connaissances mathématiques dans ce qu'elles ont de spécifique.

→ Analyse comment les savoirs sont créés, transmis et utilisés pour répondre aux besoins des individus en société.

# 1. Définition de la didactique des mathématiques (2/2)

- **Définition synthétique :**

La didactique des mathématiques est la *construction* et la *gestion* d'apprentissages spécifiques exigeant un *coût mental* à la portée de l'apprenant.

## **Remarque importante :**

Cette définition intègre trois dimensions essentielles :

- la **planification**,
- la **gestion**,
- l'**évaluation** des apprentissages.

*(Ces trois composantes seront approfondies dans la section suivante.)*

- Construction d'apprentissages** Conception d'activités permettant à l'élève de *construire activement* ses connaissances (approche constructiviste).
- Gestion d'apprentissages** Pilotage en temps réel de la séance : gestion du temps, des interactions, des erreurs, des remédiations.
- Apprentissage spécifique** Apprentissage ciblé sur des contenus mathématiques précis, avec des obstacles propres (ex. : fractions, infini, preuve).
- Coût mental** Effort cognitif requis pour comprendre, raisonner, mobiliser des savoirs — doit rester *accessible* à l'élève.

# Définition de la pédagogie

## Pédagogie

La pédagogie est l'art de l'éducation. Elle rassemble les méthodes et les pratiques d'enseignement requises pour transmettre des compétences, des savoirs et des connaissances.

## Distinction entre didactique et pédagogie :

La différence entre la didactique et la pédagogie : La didactique est attachée aux contenus disciplinaires et à leurs processus d'apprentissage, alors que la pédagogie donne un style d'enseignement sur le terrain.

La didactique est une transmission des savoirs, alors que la pédagogie est orientée vers les pratiques des élèves en classes.

## II. L'appareil conceptuel de la didactique

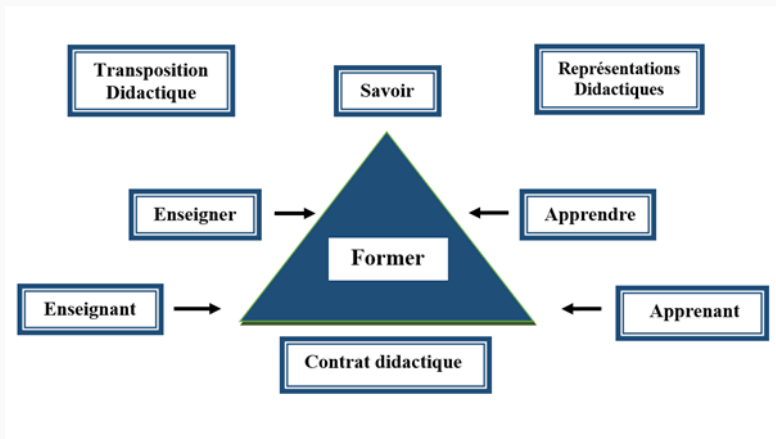
## Définitions

- On peut aussi le définir comme suit :
  - Le triangle didactique est une **représentation schématisée du système didactique** qui apparaît dans toute **médiation du savoir** entre un enseignant et un enseigné.
  - Il est formé des **interactions** produites entre les trois pôles suivants :
    - ① **S** : Savoir
    - ② **E** : Enseignant
    - ③ **A** : Apprenant

## Une autre perspective : le triangle didactique

Identifier le mode de fonctionnement cognitif pendant l'apprentissage serait très utile pour la construction des stratégies pédagogiques. Néanmoins, la pensée humaine est loin d'être simple et la grande quantité de caractéristiques qu'elle porte nous incite à l'élaboration et à la mise en œuvre de différentes méthodes d'enseignement. Dans le sens de modéliser le processus d'enseignement-apprentissage, le triangle pédagogique, développé par Houssaye (2000), fait référence dans plusieurs domaines comme les sciences de l'éducation, la psychologie et la pédagogie. Ce triangle se compose de trois éléments de base et se situe dans un cercle qui signifie le contexte géographique et historique.

# Représentation du triangle didactique



## Axe 1 : enseignant–savoir

- La transposition didactique.
- Les pratiques sociales de référence.
- La trame conceptuelle.
- Les niveaux de formulation.
- Les champs conceptuels.

## Axe 2 : élève–savoir

- Les conceptions des élèves.
- L'obstacle.
- L'erreur.
- La résolution de problème.

## Axe 3 : enseignant–élève

- Le contrat didactique.
- Les styles didactiques d'enseignement.
- La dévolution.
- Les modèles didactiques.

# La transposition didactique (Chevallard, 1985)

**Définition** : Processus de transformation du *savoir savant* en *savoir enseignable*, puis en *savoir enseigné* et *appris*.

Les étapes clés :

- ① **Savoir savant** : produit par la recherche scientifique.
- ② **Savoir à enseigner** : sélectionné et adapté par les institutions (programmes, manuels).
- ③ **Savoir enseigné** : mis en œuvre en classe par l'enseignant-e.
- ④ **Savoir appris** : construit par l'élève (souvent partiel).

« *Ce n'est jamais le savoir savant lui-même qui est enseigné, mais une version transformée.* »

# Le contrat didactique (Brousseau, 1986)

**Définition** : Ensemble des *règles implicites* qui régissent les comportements attendus de l'enseignant-e et de l'élève dans une situation d'enseignement-apprentissage.

## Caractéristiques :

- Non explicite, construit par les interactions.
- Détermine ce qui est « acceptable » comme réponse ou démarche.
- Permet à l'élève de « jouer le jeu » de la classe.
- Peut conduire à des **erreurs institutionnalisées** si l'élève obéit au contrat plutôt qu'au savoir.

« *Le contrat didactique est ce qui, dans la conduite du maître, indique à l'élève ce qu'il doit faire.* » (Brousseau)

**Effet Topaze** L'enseignant-e induit la réponse en posant des questions de plus en plus directives, jusqu'à ce que l'élève « avoue » la solution sans véritable engagement cognitif.

**Effet Jourdain** L'élève produit un énoncé mathématiquement correct sans en maîtriser le sens, simplement parce que la situation didactique l'y incite (référence à Molière : « Je faisais de la prose sans le savoir ! »).

**Effet Papy** L'enseignant attribue à l'élève une compréhension qu'il n'a pas, en interprétant une réponse correcte (obtenue par hasard, mimétisme ou tâtonnement) comme preuve de savoir.

**Usage abusif de l'analogie** L'élève transfère mécaniquement une règle valable dans un contexte à un autre où elle est invalide (ex. :  $(a + b)^2 = a^2 + b^2$  ou  $\sqrt{a + b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ).

La notion d'**obstacle épistémologique** a été introduite par **Gaston Bachelard (1938)** dans *La formation de l'esprit scientifique*, pour désigner les conceptions antérieures — souvent intuitives ou empiriques — qui, bien qu'utiles dans un contexte donné, deviennent des freins à l'acquisition de savoirs nouveaux lorsqu'elles entrent en contradiction avec les concepts scientifiques.

**Guy Brousseau (1983, 1997)** a repris et adaptée cette idée au champ de l'enseignement scolaire sous le nom d'**obstacle didactique**, défini comme :

*« ce qui, dans le processus d'enseignement, provoque des erreurs persistantes chez les élèves, non pas par ignorance, mais par l'application d'un savoir antérieur qui a fonctionné dans un autre cadre. »*

# Les quatre types d'obstacles (Brousseau)

Brousseau distingue principalement quatre types d'obstacles :

- **Obstacles épistémologiques** : liés à l'histoire même du savoir.
- **Obstacles didactiques** : engendrés par les choix d'enseignement.
- **Obstacles ontogéniques** : liés au développement cognitif de l'élève.
- **Obstacles culturels** : issus de l'environnement social, linguistique ou culturel.

## Les variables didactiques : définition

Dans la **théorie des situations didactiques** (Brousseau, 1986), une **variable didactique** est un paramètre de la situation d'apprentissage que l'enseignant peut modifier intentionnellement afin de faire évoluer les stratégies des élèves et favoriser l'émergence d'un savoir ciblé.

### Caractéristiques :

- Ce n'est pas une variable mathématique, mais un **levier pédagogique**.
- Sa modification entraîne un changement dans le **comportement cognitif** de l'élève.
- Elle permet de concevoir des **situations adidactiques** où le savoir est fonctionnel.

# Exemples de variables didactiques

**En mathématiques**, les variables didactiques peuvent être :

- La **taille des nombres** (ex. : passer de  $3 + 5$  à  $27 + 48$  pour déclencher la pose d'une opération).
- Le **type de support** (objets concrets, schémas, symboles).
- Le **temps imparti** ou la **consigne donnée**.
- Le **contexte du problème** (réel vs fictif, familier vs inconnu).

**Fonction :**

En ajustant ces variables, l'enseignant·e crée des **situations-problèmes** où le savoir visé devient l'outil le plus efficace pour réussir — sans avoir à le dire explicitement.

*L'objectif est de faire « vivre » le savoir, non de le transmettre.*

## Qu'est-ce qu'une situation ?

- Une situation est l'ensemble des circonstances dans lesquelles une personne se trouve, et des relations qui l'unissent à son milieu.
- Les situations didactiques et a-didactiques sont organisées pour permettre un apprentissage. La différence principale entre les deux situations se situe au niveau de la position et le rôle des acteurs par rapport au savoir à enseigner.

- Une situation didactique implique une relation à trois entre un enseignant, un ou des élèves et un savoir à enseigner. L'enseignant est celui qui a le savoir, l'apprenant celui qui doit l'acquérir.
- Les deux particularités de cette situation résident en ce que les intentions d'enseigner et d'apprendre sont affichées et la situation est régie par un contrat didactique, tissu d'obligations implicites vis-à-vis du savoir qui se noue entre le maître et les élèves.

## Situation a-didactique

Une situation a-didactique est une situation d'apprentissage dans laquelle l'enseignant s'efface délibérément du rôle de transmetteur de savoir, et où l'élève, confronté à un problème bien conçu, est conduit à produire, mobiliser ou valider un savoir non pas parce qu'on le lui a dit, mais parce que ce savoir devient l'outil le plus efficace — voire indispensable — pour résoudre la situation.

La validation du savoir ne provient pas de l'extérieur (correction par l'enseignant), mais de la situation elle-même (retour d'expérience, feedback interne, contradiction pratique).

L'adidacticité ne signifie pas l'absence de l'enseignant-e, mais l'absence intentionnelle d'intervention didactique directe pendant la phase de résolution.

# Typologie de l'activité mathématique

## 1. Heuristique

**Définition** : Activités de recherche guidée pour découvrir une notion par l'expérimentation.

**Verbes d'action** : Bricoler, Chercher, Émettre des hypothèses, Tâtonner.

**Exemple (Tronc Commun – Géométrie)** :

« Avec un logiciel de géométrie dynamique (GeoGebra), construisez un triangle  $ABC$ . Tracez les médiatrices de ses côtés. Déplacez les sommets : que remarquez-vous ? Formulez une conjecture sur le point d'intersection. »

# Typologie de l'activité mathématique

## 1. Heuristique (suite)

**Objectif** : Découverte expérimentale du cercle circonscrit (programme Tronc Commun).

# Typologie de l'activité mathématique

## 2. Traductif

**Définition** : Activités de traduction entre langages (verbal, mathématique, schéma).

**Verbes d'action** : Traduire, Analyser, Schématiser, Représenter, Modéliser.

**Exemple (1<sup>re</sup> BAC – Fonctions)** :

« Une entreprise vend des articles à 50 DH l'unité. Le coût de production est de 20 DH par article plus 300 DH de frais fixes. Exprimez le profit en fonction du nombre d'articles vendus. »

# Typologie de l'activité mathématique

## 2. Traductif (suite)

→ Traduction mathématique :

$$\text{Profit}(x) = 50x - (20x + 300) = 30x - 300$$

**Objectif** : Développer la capacité à modéliser une situation réelle par une expression algébrique (compétence centrale du programme 1<sup>re</sup> BAC).

# Typologie de l'activité mathématique

## 3. Classificateur

**Définition** : Activités de tri selon un critère mathématique (propriétés, structures, catégories).

**Verbes d'action** : Classer, Ordonner, Discerner, Analyser.

**Exemple (Tronc Commun – Arithmétique)** :

« Classez les nombres suivants :

$$\sqrt{4}, \frac{1}{3}, \pi, 0, -5$$

Justifiez votre classement selon qu'ils appartiennent aux ensembles des entiers, rationnels ou irrationnels. »

# Typologie de l'activité mathématique

## 3. Classificateur (suite)

→ **Critère de classification** : Appartenance aux ensembles numériques

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

**Classification attendue** :

- Entiers ( $\mathbb{Z}$ ) :  $\sqrt{4} = 2, 0, -5$
- Rationnels non entiers ( $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ ) :  $\frac{1}{3}$
- Irrationnels ( $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ ) :  $\pi$

**Objectif** : Développer la capacité à discriminer les propriétés structurelles des nombres.

**Lien avec le manuel** : Al Moufid (Tronc Commun Sciences).

# Typologie de l'activité mathématique

## 4. Calculatoire

**Définition** : Activités algorithmiques basées sur des calculs répétitifs et des procédures mécanisées.

**Verbes d'action** : Calculer, Appliquer un algorithme, Dénombrer.

**Exemple (2<sup>e</sup> BAC – Suites numériques)** :

« Soit la suite arithmétique  $(u_n)$  de premier terme  $u_0 = 3$  et de raison  $r = 4$ .

Calculez  $u_{10}$  et la somme  $S_{10} = u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$ . »

# Typologie de l'activité mathématique

## 4. Calculatoire (suite)

→ Formules à appliquer :

$$u_n = u_0 + n \times r \quad ; \quad S_n = \frac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2}$$

Calculs :

$$u_{10} = 3 + 10 \times 4 = 3 + 40 = 43$$

$$S_{10} = \frac{(10+1)(3+43)}{2} = \frac{11 \times 46}{2} = \frac{506}{2} = 253$$

**Objectif** : Automatiser l'usage des formules algébriques dans un contexte structuré (sans choix stratégique).

# Typologie de l'activité mathématique

## 5. Logique

**Définition** : Activités hypothético-déductives (raisonnement structuré).

**Verbes d'action** : Dédire, Résoudre des problèmes, Tolérer l'incertitude.

**Exemple (1<sup>re</sup> BAC – Logique)** :

« Démontrez que si  $n^2$  est pair, alors  $n$  est pair. Utilisez la contraposée. »

# Typologie de l'activité mathématique

## 5. Logique (suite)

→ **Raisonnement** : Si  $n$  est impair ( $n = 2k + 1$ ), alors

$$n^2 = 4k^2 + 4k + 1 \quad (\text{impair}).$$

# Typologie de l'activité mathématique

## 6. Technique

**Définition** : Activités exigeant précision et persévérance (ex. : résolution de problèmes complexes).

**Verbes d'action** : Se montrer précis, minutieux, persévérant.

**Exemple (2<sup>e</sup> BAC – Dérivation)** :

« Étudiez les variations de la fonction

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$$

sur l'intervalle  $] - 2 ; +\infty[$ . Calculez  $f'(x)$ , résolvez  $f'(x) = 0$ , et dressez le tableau de variations. »

# Typologie de l'activité mathématique

## 6. Technique (suite)

→ **Techniques mobilisées :**

- Dérivation d'un quotient :  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
- Résolution d'une équation du second degré
- Étude du signe d'une expression rationnelle
- Construction rigoureuse du tableau de variations

**Objectif :** Développer la rigueur technique et la persévérance dans l'enchaînement d'étapes complexes.

**Lien avec le manuel :** Al Massar (2<sup>e</sup> BAC Sciences Expérimentales), p. 189.

# Typologie de l'activité mathématique

## 7. Réinvestissement

**Définition** : Application de connaissances dans un nouveau contexte.

**Verbes d'action** : Appliquer, Construire un modèle, Illustrer.

**Exemple (Tronc Commun – Proportionnalité)** :

« Un agriculteur veut clôturer un terrain rectangulaire de 100 m de périmètre contre un mur. Exprimez l'aire en fonction de la largeur  $x$ , puis déterminez les dimensions maximisant l'aire. »

# Typologie de l'activité mathématique

## 7. Réinvestissement (suite)

→ **Modélisation** :

$$A(x) = x(100 - 2x)$$

Étude de la fonction du second degré pour déterminer le maximum.

**Objectif** : Transférer les connaissances sur les fonctions du second degré vers un problème concret d'optimisation.

**Lien avec le manuel** : Al Moufid (Tronc Commun Sciences), p. 201.

# Typologie de l'activité mathématique

## 8. Créatif

**Définition** : Activités divergentes (création d'exemples, mobilisation de l'imaginaire).

**Verbes d'action** : Inventer, Créer, Imaginer.

**Exemple (1<sup>re</sup> BAC – Géométrie) :**

« Concevez une figure géométrique originale (ex. : un polygone à 5 côtés) et décrivez ses propriétés (angles, symétries, longueurs). »

# Typologie de l'activité mathématique

## 8. Créatif (suite)

→ **Objectif** : Développer l'imagination et la capacité à décrire mathématiquement une construction originale.

**Attendu de l'élève** :

- Production d'une figure non présente dans le manuel
- Utilisation d'un vocabulaire géométrique précis
- Identification spontanée de propriétés pertinentes

**Lien avec le manuel** : Al Manahij (1<sup>re</sup> BAC Sciences Expérimentales), p. 132.

# Typologie de l'activité mathématique

## 9. Critique

**Définition** : Évaluation critique d'un résultat (analyse d'erreur, validité d'un raisonnement).

**Verbes d'action** : Critiquer, Valider, Invalider, Optimiser.

**Exemple (2<sup>e</sup> BAC – Probabilités)** :

« Un élève calcule la probabilité d'obtenir deux faces identiques en lançant deux dés :

$$P = \frac{1}{36}$$

Expliquez pourquoi cette réponse est fautive et corrigez-la. »

# Typologie de l'activité mathématique

## 9. Critique (suite)

→ **Analyse critique :**

- **Erreur identifiée :** Oubli des cas favorables autres que (1, 1)
- **Cas favorables réels :**  
(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)
- **Correction :**

$$P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

**Objectif :** Développer l'esprit critique et la capacité à identifier les erreurs de raisonnement.

**Lien avec le manuel :** Al Massar (2<sup>e</sup> BAC Sciences  
Expérimentales) p. 245

# Typologie de l'activité mathématique

## 10. Prédicatif

**Définition** : Activités de prévision (estimation, approximation).

**Verbes d'action** : Estimer, Prévoir, Conjecturer.

**Exemple (2<sup>e</sup> BAC – Suites)** :

« Une population de bactéries double chaque heure. Si on en compte 100 à  $t = 0$ , estimez le nombre après 5 heures. »

→ **Modélisation :**

$$u_n = 100 \times 2^n \quad \rightarrow \quad u_5 = 3200$$

# Typologie de l'activité mathématique

## Conclusion

Cette typologie permet de structurer les séquences pédagogiques en fonction des objectifs opérationnels du programme marocain. En alternant les 10 types d'activités, l'enseignant favorise :

- Une **maîtrise des savoirs** (calcul, raisonnement, démonstration),
- Le **développement des compétences** transversales (créativité, esprit critique, modélisation),
- Une **préparation efficace au Baccalauréat** (épreuves exigeant résolution de problèmes et prise d'initiative).

# TD N°1

## Exercices de Mathématiques

*ESEF - K*

## Exercice

- 1 Montrer que  $\sqrt{2}$  n'est pas un nombre rationnel.
- 2 Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation :

$$\frac{x^2 + 5x + 6}{(-2x + 8)(x^2 - x + 3)} \leq 0.$$

- 3 Montrer que le nombre 241 est premier.
- 4 Résoudre selon les valeurs du paramètre  $m$  l'équation suivante :

$$3(-2 + 3mx) + \frac{5 - 3x}{2} + (2 + 3m)x - 7 = \frac{-5x + 2m}{2}$$

- 5 Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \cos(x + 34\pi) + \sin(57\pi - x) + 3 \cos\left(\frac{13\pi}{2} - x\right) + 2 \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

- ① Donnez un corrigé à l'exercice, adapté au niveau du secondaire qualifiant.
- ② Préciser pour chaque question de l'exercice certaines variables didactiques.
- ③ Classer les questions de l'exercice selon le type d'activité.

### III. Les approches didactiques

# 1. Approches centrées sur le savoir

- Le savoir disciplinaire (mathématiques, physique, etc.) est au cœur du processus d'enseignement.
- L'objectif principal : transmettre un contenu structuré, cohérent et hiérarchisé.
- La logique interne de la discipline guide la progression (ex. : algèbre  $\rightarrow$  analyse).
- Peu d'attention portée aux représentations ou difficultés des élèves.

*Exemple : enseigner les suites arithmétiques à partir des définitions formelles, sans lien avec des situations concrètes.*

## Exemples : approches centrées sur le savoir

- En 1<sup>re</sup> année bac (sciences), le cours sur les **suites numériques** commence directement par les définitions formelles de suite arithmétique et géométrique, sans lien avec des situations concrètes (économiques, démographiques, etc.).
- L'enseignement de la **géométrie dans l'espace** se limite à la mémorisation des théorèmes et à la reproduction de figures standards, sans manipulation ni visualisation dynamique.
- Les manuels officiels présentent les chapitres dans un ordre strictement disciplinaire, sans adaptation aux difficultés cognitives des élèves.
- Le programme du MEN est suivi « à la lettre » : on ne peut pas aborder les fonctions avant d'avoir terminé les équations, même si cela nuit à la compréhension.

## 2. Approches centrées sur l'enseignant

- L'enseignant est la figure centrale : il détient, transmet et contrôle le savoir.
- Le cours suit un déroulement linéaire : exposition → démonstration → application.
- Peu d'interaction ou d'adaptation aux réponses des élèves.
- L'apprentissage repose sur l'écoute, la prise de notes et la reproduction.

*L'élève est perçu comme une « feuille blanche » à remplir.*

## Exemples : approches centrées sur l'enseignant

- Le professeur écrit seul la démonstration du théorème de Thalès au tableau ; les élèves recopient sans discuter ni poser de questions.
- En classe de 3<sup>e</sup> AC, la résolution d'un problème se fait par un « modèle unique » imposé : toute autre démarche est jugée fausse.
- Pendant les révisions du baccalauréat, l'enseignant résout 10 exercices types en 1 heure ; les élèves n'ont qu'à mémoriser les étapes.
- Les questions des élèves sont souvent reportées à la fin... ou ignorées pour « terminer le programme ».

### 3. Approches centrées sur l'élève

- L'élève est acteur de son apprentissage : il explore, conjecture, argumente et construit du sens.
- L'enseignant devient un **médiateur** : il guide, questionne, et crée des situations-problèmes.
- L'erreur est valorisée comme indicateur de raisonnement, non comme échec.
- L'apprentissage s'appuie sur les acquis, les représentations et les besoins de l'élève.

*L'objectif n'est plus de transmettre, mais de faire vivre le savoir.*

## Exemples : approches centrées sur l'élève (Maroc)

- En 2<sup>ème</sup> année collégiale, les élèves découvrent la notion de **proportionnalité** à travers un projet : « Planifier un voyage scolaire » (budget, distances, échelles).
- En 1<sup>re</sup> bac, les élèves travaillent en groupes pour **conjecturer** la formule de la somme des termes d'une suite arithmétique, avant toute formalisation.
- Utilisation de **situations d'investigation** : « Comment mesurer la hauteur du minaret sans y monter ? » → trigonométrie par démarche active.
- Mise en œuvre progressive de la **pédagogie par compétences** (réforme 2015) dans certains établissements pilotes (ex. : lycées de la mission).

## IV. Les méthodes didactiques

# 1. L'enseignement explicite

- Méthode structurée et directe où l'enseignant.e **modélise clairement** les savoirs et stratégies à acquérir.
- Déroulement en étapes :  
*révision* → *présentation* → *modélisation* → *guidage* → *pratique autonome* → *feedback*.
- Cible les apprentissages fondamentaux (calcul, résolution de problèmes, raisonnement).
- Très efficace pour les élèves en difficulté ou face à des contenus complexes.

« *Dire ce qu'on veut que l'élève apprenne, le montrer, puis l'entraîner.* »

## Exemples : enseignement explicite

- En **3<sup>e</sup> année collégiale**, le professeur modélise pas à pas la résolution d'une équation du type  $3x + 5 = 2x - 7$  :  
« Je regroupe les termes en  $x$  à gauche, les constantes à droite... »
- En **1<sup>re</sup> année bac (sciences)**, avant de traiter un problème de suites, l'enseignant rappelle et illustre explicitement :  
« Comment identifier une suite arithmétique ? Quelle est sa formule ? Quand l'utiliser ? »
- Utilisation de **fiches méthodologiques** pour guider la rédaction d'une démonstration géométrique (ex. : théorème de Pythagore – réciproque).

## 2. L'enseignement par les pairs

- Méthode où les élèves apprennent **les uns des autres** à travers la collaboration, l'explication ou le tutorat.
- Repose sur l'idée que **formuler pour autrui** renforce sa propre compréhension (Vygotski, zone de développement proximal).
- Favorise la communication mathématique, l'écoute, et la co-construction du savoir.
- L'enseignant-e orchestre les interactions, mais ne domine pas le discours.

« *Celui qui explique apprend deux fois.* »

## Exemples : enseignement par les pairs

- En 3<sup>e</sup> AC, après un devoir surveillé, les élèves corrigent en binômes : chacun explique sa démarche à son camarade.
- Un élève ayant bien compris les **identités remarquables** aide un camarade en difficulté pendant les séances de remédiation.
- Dans les classes à effectifs élevés, l'enseignant désigne des « tuteurs de groupe » pour guider la résolution d'exercices en équipe.
- Projet « **Élèves-ambassadeurs** » dans certains lycées pilotes : les meilleurs élèves animent des ateliers de soutien en fin de semaine.

### 3. L'enseignement expérientiel

- Méthode où l'apprentissage naît de l'**expérience vécue**, suivie de **réflexion**, d'**abstraction** et d'**expérimentation**.
- S'appuie sur le cycle de Kolb (1984) :  
*agir* → *observer* → *conceptualiser* → *planifier*.
- Le savoir n'est plus transmis, mais **construit à partir d'une situation réelle ou simulée**.
- Place l'élève en position d'**acteur engagé**, non de spectateur.

« *On n'enseigne pas la géométrie en regardant faire ; on l'apprend en mesurant, en construisant, en errant.* »

## Exemples : enseignement expérientiel

- En **collège**, les élèves mesurent les dimensions de la cour de l'établissement pour calculer son aire → introduction concrète à la géométrie plane.
- Projet interdisciplinaire : « **Créer un budget familial** » (maths + éducation civique) en 2<sup>e</sup> AC → découverte des pourcentages, des dépenses, des priorités.
- Utilisation du **matériel de récupération** (boîtes, ficelles, bouteilles) pour modéliser des volumes ou des fonctions en lycée.
- Visite pédagogique à un souk ou un chantier local pour étudier les **proportions**, les **coûts** ou les **angles** dans un contexte authentique.

## 4. L'enseignement par problème

- Méthode où l'apprentissage débute par la résolution d'un **problème complexe, ouvert et authentique**.
- Le problème précède la théorie : les élèves identifient eux-mêmes les savoirs nécessaires.
- Favorise la **démarche d'investigation**, la collaboration, l'autonomie et la pensée critique.
- L'enseignant-e joue le rôle de **facilitateur**, non de source unique du savoir.

*« Ce n'est pas en écoutant qu'on apprend à résoudre, c'est en résolvant qu'on apprend à penser. »*

## Exemples : enseignement par problème

- En 3<sup>e</sup> AC : « *Comment économiser l'eau à l'école ?* » → collecte de données, calculs de consommation, propositions chiffrées.
- En 1<sup>re</sup> bac (sciences) : « *Peut-on prévoir la population du Maroc en 2050 ?* » → modélisation par suites arithmétiques/géométriques.
- Problème ouvert en géométrie : « *Comment construire un abri anti-pluie avec un minimum de matériaux ?* » → optimisation, aire, volume.
- Dans les établissements pilotes, ces problèmes s'inscrivent dans les **projets d'établissement** ou les **activités de vie scolaire**.

## 5. La pédagogie de projet

- Démarche où les élèves réalisent un **projet concret, finalisé et significatif** sur une période prolongée.
- Le projet intègre des savoirs disciplinaires, mais dépasse les frontières des matières (interdisciplinarité).
- Les élèves planifient, coopèrent, prennent des décisions, et produisent une **réalisation tangible** (affiche, maquette, vidéo, budget, etc.).
- L'évaluation porte sur le **processus** autant que sur le **produit final**.

« *Apprendre en faisant, ensemble, pour un but qui a du sens.* »

## Exemples : pédagogie de projet

- Projet « **Notre école écolo** » en collège : mesurer la consommation d'eau/électricité, proposer des solutions chiffrées, créer des affiches de sensibilisation.
- En lycée : « **Organiser une kermesse scolaire** » → budget (maths), communication (langues), logistique (organisation), bilan financier.
- Projet interdisciplinaire : « **Patrimoine local** » → mesurer les dimensions d'un monument historique (géométrie), écrire sa fiche descriptive (français/arabe), présenter en exposé.
- Ces projets s'inscrivent dans le cadre des **activités de vie scolaire (AVS)** et de la **réforme 2015** (socle des compétences transversales).

# V. La Pédagogie Par Objectifs (PPO)

## V. La pédagogie par objectifs (PPO)

### Les objectifs d'apprentissage selon la PPO

- La pédagogie par objectifs (PPO) repose sur l'idée que l'enseignement doit être dirigé vers des buts précis, observables et mesurables.
- Inspirée des travaux de **Bloom (1956)** (taxonomie cognitive) et de **Krathwohl (2002)** (domaine affectif), elle vise à rendre l'apprentissage transparent, évaluable et planifiable.
- L'objectif n'est plus une simple intention, mais un **critère de réussite** pour l'élève et l'enseignant.

« *Savoir ce que l'on veut faire apprendre est la première condition d'un enseignement efficace.* »

# Caractéristiques des objectifs d'apprentissage

Un bon objectif d'apprentissage doit être :

- **Précis** : éviter les formulations floues (ex. : « comprendre » → remplacer par « expliquer », « appliquer », « résoudre »).
- **Observable** : on doit pouvoir voir ou entendre ce que l'élève fait (ex. : « calculer », « construire », « justifier »).
- **Mesurable** : évaluable par un critère clair (ex. : « avec au moins 80% de réussite », « en moins de 5 minutes »).
- **Ancré dans un domaine** :
  - *Cognitif* (Bloom) : connaissances, compréhension, application.
  - *Affectif* (Krathwohl) : attention, réponse, valorisation, organisation, internalisation.
  - *Psychomoteur* (Simpson, 1972) : perception, préparation, guidage.

# Formulation des objectifs d'apprentissage

Deux approches courantes :

## 1. Méthode ABCD (Mager, 1962) :

- **A** : Apprenant (« L'élève de 3<sup>e</sup> AC »)
- **B** : Comportement observable (« résoudre », « justifier », « construire »)
- **C** : Conditions (« sans aide », « à l'aide d'une calculatrice », « en binôme »)
- **D** : Degré de réussite (« avec au moins 80% de bonnes réponses », « en moins de 5 min »)

## 2. Critères SMART :

- Spécifique – Mesurable – Atteignable – Réaliste – Temporel

## Exemples de formulation (Maroc)

- **Mauvais** : « L'élève comprendra les suites arithmétiques. » → Flou, non observable.
- **Bon (ABCD)** : « En fin de séquence, l'élève de 1<sup>re</sup> bac sera capable de déterminer le terme général d'une suite arithmétique donnée par deux termes, sans aide, avec au moins 3 bonnes réponses sur 4. »
- **Bon (SMART)** : « D'ici 3 semaines, 80% des élèves de 3<sup>e</sup> AC seront capables de calculer le périmètre d'un rectangle à partir de ses dimensions, en utilisant la formule  $P = 2(L + \ell)$ , et de justifier leur démarche oralement. »

*La formulation précise permet de guider l'enseignement ET l'évaluation.*

## Fondements théoriques :

- **Domaine cognitif** : Bloom & Krathwohl (1956, 2001)  
→ Taxonomie révisée : *Rappel, Compréhension, Application, Analyse, Évaluation, Création.*
- **Domaine affectif** : Krathwohl, Bloom & Masia (1964, 2002)  
→ Niveaux : *Réception, Réponse, Valorisation, Organisation, Internalisation.*
- **Domaine psychomoteur** : Simpson (1972), Harrow (1972)  
→ Niveaux : *Perception, Préparation, Guidage, Mécanisation, Automatisation.*

# La taxonomie de Bloom : un outil pour différencier

**Objectif** : Classer les tâches cognitives selon leur niveau de complexité,  
pour mieux enseigner, évaluer... et **proposer des défis adaptés**.

- Permet de **varier les activités** (pas seulement « appliquer »).
- Aide à **différencier** : élèves rapides → niveaux élevés (évaluer, créer).
- Guide la conception d'**évaluations authentiques**.
- Encourage les élèves à **aller au-delà de la mémorisation**.

*« Vérifier qu'un élève a compris, ce n'est pas juste lui faire appliquer une formule, mais lui demander d'en faire quelque chose de nouveau. »*

# La taxonomie de Bloom

La taxonomie de Bloom, mise au point en 1956 par Benjamin Bloom, consiste à classer les aptitudes cognitives en fonction de leur niveau de complexité. Son objectif est de décrire les différentes étapes de l'apprentissage, allant du plus simple au plus complexe.

Nous pouvons les utiliser lors de l'entraînement mais également pour évaluer la profondeur de la compréhension d'une notion.

## Un peu d'histoire

Créée il y a plus de 50 ans, elle a été retouchée entre autres par David Krathwohl en 2002, ajoutant le niveau création.

La lecture se fait de bas en haut, des niveaux qui concernent la connaissance et la compréhension vers ceux qui exigent le plus d'abstraction et une compréhension en profondeur pour en faire quelque chose de nouveau.

Krathwohl utilise des verbes d'action. De plus, il précisera qu'il y a quatre types de connaissances :

- les faits
- les concepts
- les procédures
- la métacognition

# Taxonomie du domaine cognitif - Bloom



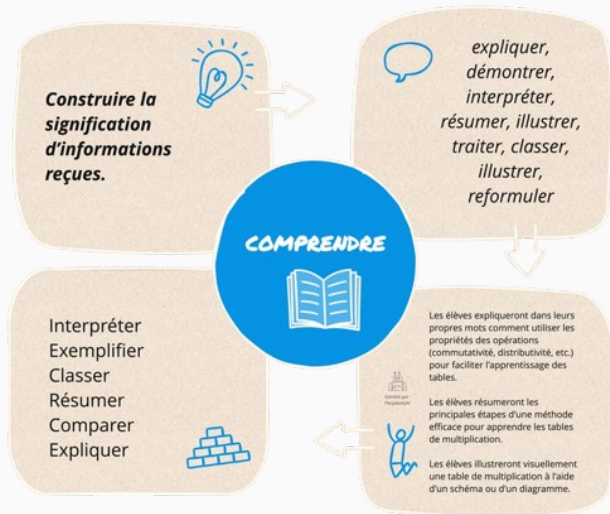
© 2018 ESEF - K

# Taxonomie de Bloom – Version révisée



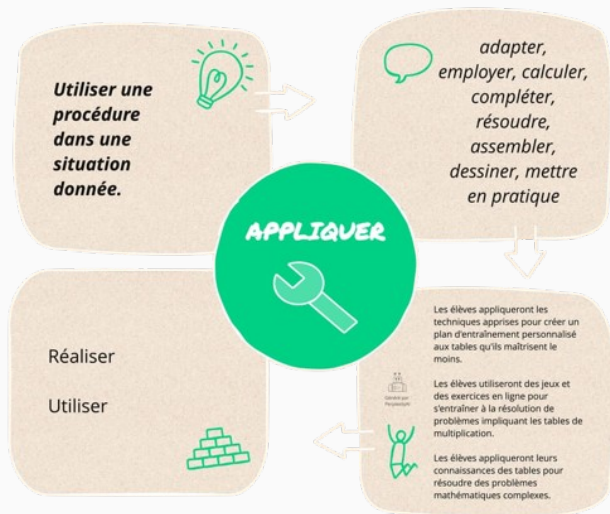
Créé avec Canva

# Taxonomie de Bloom – Version révisée



Créé avec par

# Taxonomie de Bloom – Version révisée



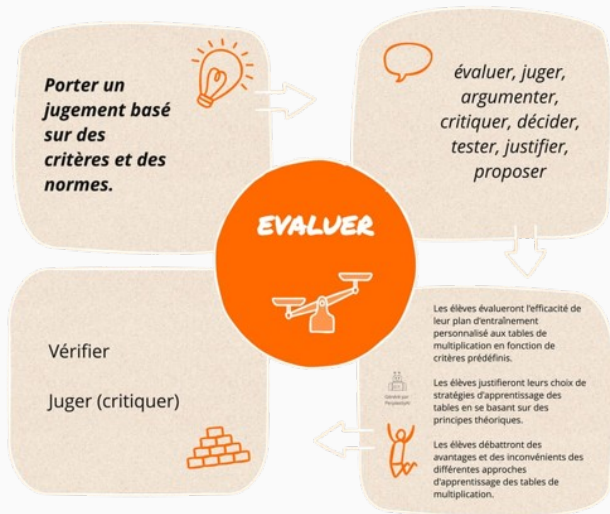
Créé avec par [Personnaliser.com](https://www.personnaliser.com)

# Taxonomie de Bloom – Version révisée



Créé avec par Didact'up

# Taxonomie de Bloom – Version révisée



Créé avec PAR DIDACT'UP

# Taxonomie de Bloom – Version révisée



avec l'Éducation Nationale

## Les 6 niveaux cognitifs (Anderson & Krathwohl, 2001)

- 1. Se souvenir** Citer, lister, nommer  
→ « Énoncer la formule de la moyenne. »
- 2. Comprendre** Expliquer, résumer, comparer  
→ « Pourquoi  $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ? »
- 3. Appliquer** Calculer, résoudre, utiliser  
→ « Résoudre  $2x + 5 = 13$ . »
- 4. Analyser** Distinguer, organiser, déduire  
→ « Identifier l'erreur dans cette démonstration. »
- 5. Évaluer** Juger, critiquer, justifier  
→ « Ce modèle linéaire est-il pertinent pour prédire la population ? »
- 6. Créer** Concevoir, produire, imaginer  
→ « Invente un problème sur la consommation d'eau. »

## Concrètement dans ma classe

Connaître ces niveaux de difficulté ou d'abstraction est une bonne chose mais en quoi cela va améliorer l'apprentissage de mes élèves ?

Outre le fait que cela nous donne des idées pour proposer des activités différentes — et arrêter de faire trop souvent la même chose — nous pouvons proposer aux élèves d'utiliser leurs connaissances et compétences dans des activités de plus en plus complexes, dépassant les applications traditionnelles.

Si cela demande un peu d'entraînement, n'oublions pas que les intelligences artificielles génératives peuvent nous accompagner dans ce processus.

## Taxonomie affective : Berthiaume & Daele (2013)

**Objectif** : Formuler des objectifs liés aux **attitudes, valeurs, intérêts et appréciations** des apprenants.

**Les 3 niveaux (du plus simple au plus complexe) :**

**① Réception**

Être attentif, sensibilisé, conscient d'une problématique ; faire preuve d'ouverture.

**② Valorisation**

Promouvoir une valeur ou une attitude ; prendre position.

**③ Adoption**

Adopter un comportement qui reflète une attitude ou une valeur ; être engagé personnellement.

## Verbes d'action et exemples pratiques

**Réception** *Verbes* : écouter, identifier, reconnaître, poser des questions

*Exemple* : « L'élève **écoute** avec respect les interventions de ses camarades lors d'un débat sur l'économie d'eau. »

**Valorisation** *Verbes* : approuver, argumenter, débattre, encourager

*Exemple* : « L'élève **défend** l'idée que les mathématiques sont utiles dans la vie quotidienne (budget, construction). »

**Adoption** *Verbes* : agir, aider, pratiquer, résoudre

*Exemple* : « L'élève **propose spontanément** à ses camarades de former un groupe d'entraide. »

## VI. L'approche par compétences (APC)

# Introduction

Les modèles d'enseignement-apprentissage nécessitent l'option de plusieurs approches pédagogiques :

- L'approche par objectifs
- L'approche par compétences

**Pour être un enseignant efficace :**

- Comprendre la meilleure façon d'enseigner vos leçons
- Faire participer les élèves à différents stades de leur apprentissage

*« Les enseignants peuvent utiliser n'importe quelle méthode pour atteindre leurs objectifs pédagogiques. »*

## Définitions clés :

- « La compétence est la mobilisation ou l'activation de plusieurs savoirs, dans une situation et un contexte donnés. »  
*(Boterf, 1995)*
- « La faculté d'agir efficacement dans un type défini de situations en s'appuyant sur des connaissances, mais sans s'y limiter. »  
*(Philippe Perrenoud)*
- « Un système de connaissances, conceptuelles et procédurales, organisées en schémas opératoires. »

## Définition :

- Développée au début des années 1990
- Méthode d'enseignement fondée sur l'idée que les apprenants peuvent être évalués sur la base de ce qu'ils font et savent
- L'enseignant instaure un contrat didactique où l'apprenant participe activement à un effort collectif

## Caractéristiques :

- Se concentre sur l'acquisition de compétences plutôt que sur l'accumulation de connaissances
- Met l'accent sur le savoir-faire, le savoir-être et les compétences transversales, Favorise le développement personnel et professionnel

# Les types de compétences

- **Compétences cognitives :**  
Capacité à penser, résoudre des problèmes et apprendre.
- **Compétences socio-émotionnelles :**  
Gérer ses émotions, communiquer et interagir.
- **Compétences pratiques :**  
Utiliser des outils et techniques pour effectuer des tâches.

## Dans le contexte scolaire :

- **Compétences disciplinaires/spécifiques :**  
Lire, écrire, analyser un texte littéraire...
- **Compétences transversales :**  
Travail en équipe, résolution de problèmes...

Les compétences transversales comprennent :

- **Compétences stratégiques** : Connaissance de soi
- **Compétences méthodologiques** : Développer l'autonomie, l'organisation du travail
- **Compétences culturelles** : Développer l'équilibre culturel et l'ouverture aux autres cultures
- **Compétences technologiques** : Utilisation judicieuse du matériel informatique
- **Compétences communicatives** : Maîtrise des langues et des types de communication

*« Une compétence, c'est être capable d'utiliser ce qu'on sait et ce qu'on sait faire dans une situation précise. »*

# Les composantes de la compétence

Une compétence se décompose en trois parties :

- **Savoirs :**

Connaissances théoriques nécessaires

*Exemple :* Connaître les règles de grammaire

- **Savoir-faire :**

Habiletés techniques pour appliquer les connaissances

*Exemple :* Utiliser les suites arithmétiques pour modéliser l'évolution de la population dans une ville marocaine

*Exemple concret :* « Calculer le nombre d'habitants

- **Savoir-être :**

Attitudes et comportements favorisant une mise en œuvre efficace

*Exemple :* Persévérer face à un problème de modélisation et vérifier la cohérence des résultats

# Les objectifs de l'APC dans l'enseignement

**Contrairement à une pédagogie traditionnelle axée sur la transmission de connaissances, l'approche par compétences vise à développer certains critères chez l'enseignant et l'apprenant.**

**Pour l'enseignant :**

- **Redéfinir son rôle :**

L'enseignant doit passer d'un rôle de transmetteur de savoirs à celui de concepteur de situations d'apprentissage, de coach et d'évaluateur.

- **Maîtriser de nouvelles méthodes pédagogiques :**

Il doit se former à de nouvelles méthodes d'enseignement, telles que l'apprentissage par projets, l'apprentissage coopératif, l'utilisation des TICE.

- **Développer de nouvelles compétences :**  
Il doit être capable de concevoir des'apprentissage significatives, de créer des environnements d'apprentissage stimulants, d'évaluer les compétences de manière authentique.

# Les objectifs de l'APC dans l'enseignement

Pour l'apprenant :

- Développer les capacités de réflexion des élèves
- Offrir aux étudiants des opportunités d'expérimentation, d'exploration et de découverte
- Encourager la collaboration avec les camarades de classe et les adultes
- Encourager les étudiants à établir des liens entre les disciplines
- Élargir les horizons des apprenants
- Développer les capacités de réflexion des élèves

*« L'APC ne remplace pas les savoirs fondamentaux — elle leur donne du sens et permet leur transfert dans des situations nouvelles. »*

## Contexte institutionnel :

- A l'instar de nombreux pays, le Maroc s'est engagé, **depuis 2000**, dans une profonde révision des programmes à tous les niveaux de l'enseignement et dans toutes les disciplines.
- L'une des idées centrales de cette réforme est de mettre celle-ci en conformité avec les nouvelles approches pédagogiques, en l'occurrence **l'approche par compétence**.
- En didactique des mathématiques, cela signifie passer d'un enseignement centré sur les contenus à un enseignement centré sur l'apprenant et le développement de compétences durables.

# Exemples concrets d'APC dans l'enseignement du FLE

## **Expression orale en situation réelle**

*Exemple* : Organiser des débats, des présentations orales sur des sujets d'actualité, des simulations d'entretiens d'embauche.

## **Compétences visées :**

Communication orale, argumentation, écoute active, gestion du stress.

## Utilisation des TICE

*Exemple* : Créer des podcasts, des vidéos, des présentations numériques pour partager ses connaissances et ses créations et même faire des cours à distance.

## Compétences visées :

Maîtrise des outils numériques, communication à distance, créativité.

## Conclusion :

- L'APC au Maroc s'inscrit dans une dynamique de réforme globale de l'enseignement
- Elle permet de donner du sens aux apprentissages
- Les enseignants doivent s'adapter à cette nouvelle approche pédagogique

### Points clés à retenir :

- Une compétence n'est pas seulement apprendre par cœur, mais savoir **mobiliser** ses connaissances dans des situations nouvelles
- L'approche par compétences permet de **dépasser les limites** de l'enseignement traditionnel
- Les trois composantes (savoirs, savoir-faire, savoir-être) sont **indissociables** pour une compétence réelle
- L'enseignant doit **favoriser l'application** plutôt que la simple mémorisation

## V. Les registres de représentation sémiotique

# Introduction : Pourquoi les représentations comptent ?

## Problématique centrale :

En mathématiques, un même objet peut être représenté de multiples façons.

**Exemple** : La fonction  $f(x) = 2x + 3$

- **Algébriquement** :  $f(x) = 2x + 3$
- **Graphiquement** : droite dans un repère
- **Verbalement** : « double de  $x$  plus trois »
- **Numériquement** : tableau de valeurs

## Difficulté cognitive :

Les élèves ne perçoivent pas toujours qu'il s'agit du **même objet**

## Définition (Duval, 2006) :

« Un registre de représentation sémiotique est un système sémiotique qui peut être utilisé pour représenter des objets mathématiques et pour effectuer des traitements sur ces représentations. »

## Caractéristiques essentielles :

- Permet de **produire des représentations** (signifiants)
- Permet d'**effectuer des traitements** (transformations internes)
- Est **séparable** des objets mathématiques qu'il représente

# Deux types d'activités cognitives fondamentales

## 1. Le traitement :

- Transformation à l'intérieur d'un même registre
- *Exemple* : Développer  $(x + 2)^2$  en  $x^2 + 4x + 4$   
(registre algébrique)

## 2. La conversion :

- Transformation d'un registre vers un autre
- *Exemple* : Passer de l'équation  $y = 2x + 1$   
au graphique d'une droite  
(registre algébrique → registre graphique)

« La conversion est cognitivement plus exigeante que le traitement, car elle nécessite une *déconnexion* entre la forme de la représentation et le contenu mathématique représenté. »

« *C'est dans cette déconnexion que réside la difficulté principale pour les élèves.* »

## 1. Verbal / Langagier :

Utilisation du langage naturel

*Exemple* : « La suite augmente de 3 à chaque étape » (1<sup>re</sup> Bac)

## 2. Symbolique / Algébrique :

Formules, équations, notations

*Exemple* :  $u_{n+1} = u_n + 3$  (suites arithmétiques)

## 3. Graphique / Figural :

Courbes, figures géométriques

*Exemple* : Représentation graphique d'une fonction affine (3AC)

### 4. Numérique / Tabulaire :

Tableaux de valeurs, données

*Exemple* : Tableau de variation d'une fonction (1<sup>re</sup> Bac)

### 5. Gestuel / Instrumenté :

Manipulations, constructions

*Exemple* : Construction à la règle et au compas (géométrie 3AC)

### Remarque :

Un même objet mathématique peut être représenté dans plusieurs registres simultanément.

## 1. L'illusion de la transparence (Duval, 1995) :

« Les représentations ne sont pas transparentes : elles ne laissent pas voir directement l'objet mathématique qu'elles représentent. »

### Exemple marocain :

Un élève de 3AC résout  $2x + 5 = 15$  algébriquement ( $x = 5$ ), mais ne parvient pas à interpréter graphiquement ce résultat comme l'abscisse du point d'intersection entre  $y = 2x + 5$  et  $y = 15$ .

« *L'élève maîtrise le registre algébrique mais pas la conversion vers le registre graphique.* »

## 2. La rupture sémiotique (Duval, 2006) :

« Le passage d'un registre à un autre constitue une **rupture cognitive majeure** pour l'apprenant. »

### Cas concret :

En 1<sup>re</sup> Bac, les élèves manipulent aisément la forme algébrique  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , mais peinent à relier cette expression à la parabole correspondante (registre graphique), notamment pour identifier le sommet ou l'axe de symétrie.

« *La rupture sémiotique est source d'erreur fréquente.* »

## Stratégie 1 : Varier systématiquement les registres

(Duval, 2005)

### Principe :

« L'apprentissage mathématique nécessite la coordination de **au moins deux registres** pour accéder à l'objet mathématique. »

### Exemple (Tronc Commun) :

Pour enseigner les équations du 1<sup>er</sup> degré :

- **Verbal** : « Trouver un nombre tel que son double augmenté de 5 donne 15 »
- **Algébrique** :  $2x + 5 = 15$

### Exemple (Tronc Commun) :

Pour enseigner les équations du 1<sup>er</sup> degré :

- **Graphique** : Intersection des droites  
 $y = 2x + 5$  et  $y = 15$
- **Numérique** : Tableau de valeurs testant différentes valeurs de  $x$

### Avantage :

L'élève perçoit que toutes ces représentations désignent le **même objet mathématique**.

### Stratégie 2 : Travailler explicitement les conversions

#### Activité type :

« À partir du graphique ci-dessous représentant une fonction affine, déterminez son expression algébrique  $f(x) = ax + b$ . »

#### Objectif :

Forcer la conversion registre graphique  
→ registre algébrique.

#### Remarque :

Cette tâche est cognitivement plus exigeante qu'un simple traitement dans un registre unique.

## Stratégie 3 : Anticiper les ruptures sémiotiques

### Notion : Fonction

- **Rupture fréquente** : Confondre  $f$ ,  $f(x)$  et courbe de  $f$
- **Remédiation** : Utiliser systématiquement les 3 registres (notation, calcul, graphique)

### Notion : Vecteur

- **Rupture fréquente** : Confondre vecteur et segment
- **Remédiation** : Manipuler flèches (gestuel), coordonnées (algébrique), translation (figural)

### Stratégie 3 : Anticiper les ruptures sémiotiques

#### Notion : Suite numérique

- **Rupture fréquente** : Ne pas voir le lien entre  $(u_n)$  et  $u_n = f(n)$
- **Remédiation** : Tableau (registre numérique)  
+ nuage de points (registre graphique)

#### Principe général :

Identifier les ruptures potentielles  
et les travailler explicitement en classe.

## Exemple complet : Les suites arithmétiques

### Situation :

« Un agriculteur de Berkane plante 50 orangers la 1<sup>re</sup> année et en ajoute 30 chaque année. »

### Registre Verbal :

« On ajoute 30 orangers chaque année »

### Registre Algébrique (récurrence) :

$$u_{n+1} = u_n + 30 \text{ avec } u_1 = 50$$

### Registre Algébrique (terme général) :

$$u_n = 50 + (n - 1) \times 30$$

### Objectif pédagogique :

Faire percevoir que toutes ces représentations désignent le **même objet mathématique**.

## Exemple complet : Les suites arithmétiques (suite)

### Situation :

« Un agriculteur de Berkane plante 50 orangers la 1<sup>re</sup> année et en ajoute 30 chaque année. »

### Registre Numérique :

$n$	1	2	3	4
$u_n$	50	80	110	140

### Registre Graphique :

Nuage de points alignés (droite discrète)

### Compétence visée :

Coordonner les différents registres pour accéder à l'objet mathématique.

« Comprendre en mathématiques, ce n'est pas seulement manipuler des symboles, c'est *coordonner plusieurs registres* de représentation pour accéder à l'objet mathématique lui-même. »

**Implications pour l'enseignant marocain :**

- ① Ne jamais enseigner une notion dans un seul registre
- ② Travailler explicitement les conversions entre registres
- ③ Anticiper les ruptures sémiotiques comme source d'erreur

— *Adapté de Duval (2006)*

## Conclusion (suite)

### Implications pour l'enseignant marocain (suite) :

- 4 Valoriser toutes les représentations comme voies d'accès légitimes à l'objet mathématique
- 5 Varier systématiquement les registres dans les activités proposées aux élèves
- 6 Utiliser les ruptures sémiotiques comme indicateurs de progression

« La coordination des registres est la clé de la compréhension mathématique. »

# Les types de cadres en mathématiques

## **Définition (Douady, 1986) :**

Un cadre est un ensemble structuré de notions, de concepts, de théorèmes et de techniques propres à un domaine des mathématiques.

## **Les principaux cadres en mathématiques :**

- **Cadre algébrique** : équations, fonctions, polynômes
- **Cadre arithmétique** : nombres, opérations, divisibilité
- **Cadre géométrique** : figures, transformations, mesures
- **Cadre vectoriel** : vecteurs, espaces vectoriels
- **Cadre analytique** : limites, dérivées, intégrales
- **Cadre statistique** : données, probabilités

## Différence entre cadre et registre

Aspect	Cadre	Registre
Définition	Domaine conceptuel	Mode de représentation
Auteur	Douady, Chevallard	Duval
Question	Où travaille-t-on ?	Comment représente-t-on ?
Exemple	Algèbre, Géométrie	Symbolique, Graphique
Transition	Changement de cadre	Changement de registre

### Exemple :

Résoudre  $2x + 5 = 15$

- **Cadres** : Algébrique, Arithmétique, Géométrique
- **Registres** : Symbolique, Verbal, Graphique, Tabulaire

## Exemple concret

**Problème** : Étudier la fonction  $f(x) = x^2 - 2x$

**Différents cadres** :

- **Cadre algébrique** :

Calcul de  $f(x)$ , résolution de  $f(x) = 0$

- **Cadre géométrique** :

Représentation graphique, lecture des variations

**Différents registres** (dans le cadre algébrique) :

- **Registre symbolique** :  $f(x) = x^2 - 2x$

- **Registre verbal** :

«  $f$  associe à  $x$  son carré diminué de son double »

*Thanks!*